

Onderzoek naar de 'Leerbaarheid van hoofdrekenen'
Onderzoeksopzet en resultaten in PO en VO.

O.l.v. A. Minnaert en W. Ruijsenaars, - Rijksuniversiteit
Groningen (R.U.G.)

Door W.Hofstetter en W.Danhof

Interne publicatie Stichting WAAR.

1. Inleiding

De Rijksuniversiteit Groningen (Rug) heeft in het Basisonderwijs en Speciaal Basisonderwijs o.l.v. Minnaert en Ruijsenaars - een grootschalig longitudinaal onderzoek uitgevoerd naar het effect van automatiseringstekorten op achterstanden bij rekenen/wiskunde. Tevens zijn er in het verlengde van het onderzoek ook metingen gedaan bij leerlingen die instromen in het Voortgezet onderwijs. Inmiddels zijn belangrijke delen van het onderzoek herhaald door onderzoekers van de universiteiten van Utrecht (o.l.v. Van Luit) en Gent (o.l.v. Desoete), zodat een goed beeld begint te ontstaan van de ontwikkeling van de automatisering en de samenhang met rekenachterstanden.

In deze bijdrage schetsen we het onderzoeks-model, de gebruikte toetsen, een aantal belangrijke uitkomsten, de gevolgen voor analyse en diagnostiek en vooral ook voor het didactisch handelen.

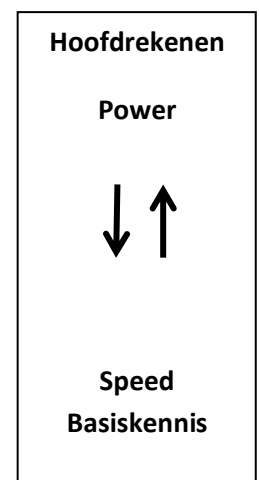
2. Het drempelmodel met toetsen voor power én speed!

In het onderzoek is gebruik gemaakt van twee soorten toetsen: de screeningstoetsen, bestaande uit representatieve sommen op het niveau van de groepen 3 t/m 7 van het basisonderwijs, en automatiseringstoetsen, waarmee de vlotte beschikbaarheid van de basiskennis voor het hoofdrekenen wordt getoetst.

De screeningstoetsen brengen het **kunnen** oplossen van de sommen (power) in beeld, de automatiseringstoetsen zijn gericht op het **vlot kennen** (speed).

De sommen die de basiskennis vormen, zijn verdeeld over vijf **rekendrempels**:

1. optellen en aftrekken tot 10: $4+3$, $7-4$.
2. vlot kunnen "springen" op de getallenlijn tot 100.
3. optellen en aftrekken over 10 (tot 20): $8+7$, $15-7$.
4. bouwsteensommen tot 100: $47+30$ / $77-30$, $28+7$ / $35-7$.
5. eenvoudige tafels: 2,3,4,5 en moeilijke tafels: 6,7,8,9.



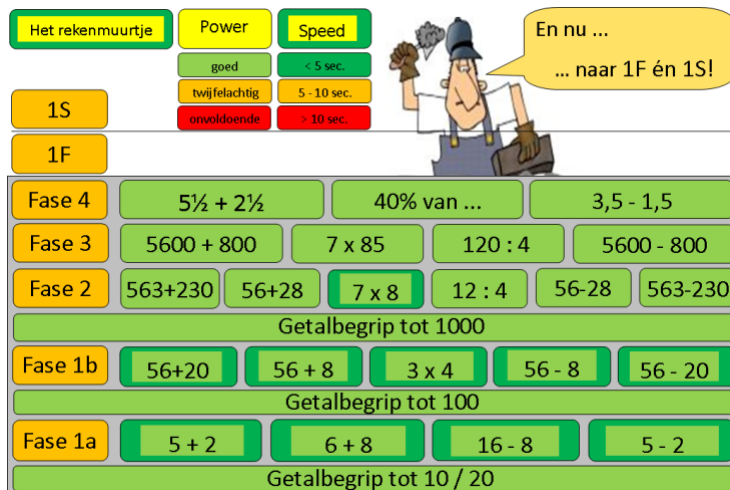
Figuur 1.

3 Het onderzoeks-model

De vijf drempels vertegenwoordigen in het leren rekenen de kenmerkende momenten bij het verwerven van geautomatiseerde basiskennis. Voor een groot aantal kinderen blijken het echter struikelblokken te zijn. Het vlot kennen van de drempels draagt in sterke mate bij tot het kunnen oplossen van steeds moeilijker sommen. Tekorten in de basiskennis veroorzaken achterstanden en stagnatie. Er is een duidelijke interactie tussen power en speed: vlotte basiskennis (speed) draagt bij tot kunnen (power), onvoldoende vlotte basiskennis belemmert het kunnen. (zie figuur 1)

Een voorbeeld:

De aftreksom $56-28$ (rijgend oplossen: $56-20-8$) vraagt bijv. om een vlotte beheersing van de stappen $56-20$ en $36-8$. Als deze stappen onvoldoende geautomatiseerd zijn (speed), belemmert dit het kunnen oplossen (power).



Figuur 2.

Leren rekenen kan gekenschetst worden als een stapeling van kennis en vaardigheden. De rekenontwikkeling die nodig is als basis voor het 1S/1F niveau, kunnen we indelen in vier fasen, waarbij de genoemde drempels betrekking hebben op fase 1 en 2.

Het cumulatieve karakter van het vier fasen-model en de drempels kunnen we visualiseren aan de hand van het 'rekenmuurtje', zie figuur 2.

De indeling in vier fasen heeft tot doel om de ontwikkeling van een aantal cruciale en dragende leerinhouden in samenhang te kunnen volgen en eventueel optredende problemen tijdig te kunnen signaleren. Het vier fasen- en drempelmodel wordt ondersteund door de resultaten van het longitudinale onderzoek.

4. De resultaten van het onderzoek bij 'speed en power' in PO en VO.

Wat zijn de belangrijkste bevindingen bij 'speed en power'?

Het beeld bij de automatisering in P.O.

. De resultaten laten allereerst zien dat de meeste kinderen (veel) meer tijd nodig hebben bij het automatiseren van de drempels dan basisschoolmethoden veronderstellen. Ze laten bovendien zien dat de verschillen tussen de kinderen zeer groot - en deels blijvend - zijn.

. Bij drempel 1 (sommen tot 10) hebben de meest langzame kinderen in vergelijking met de snelste groep, twee tot 3 jaar meer tijd nodig om de norm te halen.

Dat vormt voor deze kinderen een aanzienlijke belemmering bij het hoofdrekenen tot 100 en 1000. Ogenschoonlijk eenvoudige sommen als $30+50$ en $80-50$, maar ook $300+ 500$ en $800- 500$ maken gebruik van de vlotte basiskennis van drempel 1.

. Bij drempel 3 ($8+7$, $15-7$) heeft 20% van de kinderen midden groep 8 - vooral bij de minsommen - de norm nog niet te pakken. De zwakste 5% vertoont bij deze drempel een stagnerende ontwikkeling. Het mag duidelijk zijn dat dit zeer belemmerend en frustrerend werkt bij het (hoofd) rekenen.

. Vanaf drempel 3 is er, vooral bij de kinderen die uitstromen naar de lagere leerwegen in het V.O., sprake van blijvende structurele tekorten. Bij de moeilijke tafels zien we een zelfde beeld.

Het beeld bij screening in P.O. en V.O.

In ons onderzoek is bij de screening in beeld gebracht welk percentage kinderen de 80% norm niet haal bij de vier hoofdbewerkingen van fase 1,2 en 3. We leggen hier het accent op de resultaten in groep 8 van het Basisonderwijs en groep 1 van het Voortgezet Onderwijs. De analyses zijn op twee manieren uitgevoerd, n.l. met de totale scores van de verschillende fasen en de afzonderlijke scores per fase.

Beeld van P.O. en V.O. van de uitval bij de totale scores van de bewerkingen (screening fase1,2,en 3)

School - groep	Fase 1: a en b	Fase 1 en 2	Fase 1, 2 en 3
P.O. -groep 8	0,6%	4%	13,5%
V.O. instromers	1%	5%	16%

Conclusie – De risicogroep op basis van de totale scores is ongeveer 15%. Dit is vergelijkbaar in omvang met het meest recente beeld van de uitval op F1 niveau (zie Cito 2017??).

As we echter inzoomen op de resultaten per fase, zien we dat reeds bij fase 2 (groep 5) en vooral fase 3 (groep 6/ 7) een veel grotere groep leerlingen die de sommen niet beheersen, nl:

School - groep	Fase 1 B – groep 4	Fase 2 – groep 5	Fase 3 – groep 6 en 7
P.O. – groep 8	4%	10,5%	26 %
V.O. instromers	2,5%	15 %	32,5%

We kunnen concluderen dat de analyse per fase de achterstanden en de hiaten beter in beeld brengt dan de totale score van de fasen te samen. Het gaat bij deze sommen van fase 1-3 om basale somtypen. Beheersing van deze sommen van fase 2 en fase 3 hoort ons inziens tot de na te streven basisvaardigheden van P.O. en VO.

Al met al – het beeld met de totaal scores brengt de achterstanden en hiaten niet nauwkeurig in beeld. Anders gezegd – het F. niveau halen zegt nog niet dat de leerlingen de basis leerstof t/m groep 7/8 goed onder de knie hebben. Een analyse per fase geeft veel meer duidelijkheid van de hiaten en de noodzaak tot herhaalde instructie/oefening.

Samenvattend:

De kinderen met achterstanden en hardnekkige problemen m.b.t. de vier hoofdbewerkingen in P.O. vormen te samen een waaier van ongeveer 25%. We onderscheiden globaal naar de mate van hardnekkigheid drie groepen, n.l.:

A, Stagnerend in groep 4 en 5 (5%) – kinderen met een beperkte leercapaciteit, met een algemeen leerprobleem.

B, kinderen met ‘hardnekkige’ rekenproblemen betreffende de leerstof van groep 5, 6 en 7 (10%) – met een gerichte aanpak moet de leerbaarheid van deze groep blijken.

C, kinderen met behoefte aan extra instructie/oefenen op dat niveau van nog eens 10%.

Het beeld in de lagere leerwegen van het V.O. en het Praktijk onderwijs

De grote verschillen bij de automatisering in P.O. vinden we in het V.O. – vooral bij de lagere leerwegen -uitgesproken terug. Bij de moeilijke tafels zien we bijv. het volgende beeld.

Leerweg	Screening	Automatisering
Praktijkonderwijs (PrO)	35 % beheersing	16% beheersing
BB - KB	72%	36%
KB - TL	85%	70%

Het blijkt dat 65% van de PrO leerlingen de moeilijke tafels niet kan oplossen en dat slechts een kleine groep van 16% komt tot geautomatiseerde beheersing. In BB-KB beheerst 72% de tafels (screening), maar slechts 36% komt tot automatisering (en 65%) niet. In KB-TL zijn deze tafels bij 30% van de leerlingen niet geautomatiseerd. Overigens (niet in de tabel opgenomen) is er ook in de leerwegen TL/HAVO en HAVO/VWO nog altijd geen automatisering bij respectievelijk 28% en 18%. Dat is op zijn minst opmerkelijk, maar het verschil tussen vaardigheid (screening) en tempo (speed) is vooral bij de lagere leerwegen groot.

Er is een grote groep die de sommen wel procedureel kan oplossen, maar die niet tot automatisering komt, wat hen parten zal spelen bij het toepassen van de noodzakelijke basiskennis bij de hogere doelen. De resultaten van de Pro leerlingen vormen het uiteinde van een continuüm, en illustreren door de grootte van de achterstanden en automatiseringstekorten ook de beperkingen en speciale behoeften van deze groep.

We gaan ervan uit dat de eerdere genoemde waaier van de achterstanden met de drie rekenbeelden in groep 8 van het Basisonderwijs, ook in V.O. en het M.B.O. voorkomen. De percentages die we zien in groep 8 van het Basisonderwijs kunnen wat gaan schuiven, maar de verdeling met de drie subgroepen en de daarmee samenhangende benodigde aanpak, zijn ook op hogere leeftijd geldig.

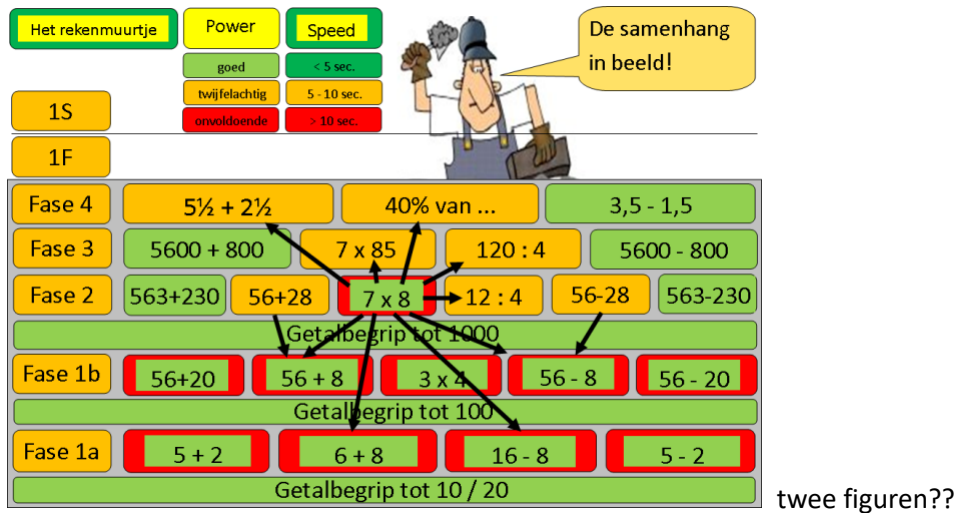
Samenhangen tussen power en speed

De veronderstelde samenhang en voorwaardelijke opeenvolging in drempels en fasen vinden we uitgesproken terug. Het niet beheersen van de moeilijke tafels hangt bijvoorbeeld duidelijk samen met een tekort aan automatisering van de onderliggende drempels.

Vooraf drempel 4 ($48+8$, $64-8$) en verrassend genoeg ook de minder nabije drempel 3 ($8+8$, $14-8$) tonen een sterke samenhang met de moeilijke tafels: zie figuur 3.

Als de leerlingen de tafels niet kennen en dus moeten gaan rekenen, dan bevatten tafelrijen van de moeilijke tafels veel sommen waarbij het tiental doorbroken wordt. Neem bijvoorbeeld het uitrekenen van 9×8 via de herhaalde optelling: $5 \times 8 = 40$ en vervolgens de verdere tafel - rij: $40+8$, $48+8, 56+8$, $64+8$. Hierin kunnen heel wat fouten gemaakt worden. Bovendien kost het veel extra geheugenwerk. Een goede beheersing van drempel 3 en vervolgens drempel 4c/d geeft het vlot leren van de tafels een stevige basis. Het niet vlot beheersen van deze sommen werkt belemmerend.

De mate van beheersing van de tafels (groep 5/6) hangt ook nog eens sterk samen met het vermenigvuldigen en delen met grotere getallen in groep 6/7 en ook met het rekenen met breuken/procenten: zie figuur 3



Figuur 3.

Een ander voorbeeld: De vermenigvuldiging 7×85 vraagt een vlotte beheersing van de tafels: $7 \times 80 = 560$, $7 \times 5 = 35$. Ook bij breuken en procenten wordt veel gebruik gemaakt van de tafels. Denk bijv. aan het uitrekenen van $\frac{3}{8}$ van 64 en 40% van 800.

Anders gezegd: rekenen is stapelen! Voor de leerkracht is het van groot belang zicht te krijgen en te houden op de onderliggende lagen van het muurtje. Rekenproblemen worden vaak veroorzaakt doordat de onderliggende lagen in het muurtje niet stevig genoeg zijn. Uit boven staande blijkt heel duidelijk dat dit niet allen geldt in de onderbouw, maar ook in de bovenbouw.

We kunnen concluderen dat het cumulatieve karakter van het rekenen door de onderzoeksresultaten overtuigend wordt ondersteund en wijst op de geldigheid en bruikbaarheid van de fasen-structuur en het drempelmodel.

