

Door: W. Danhof, P. Bandstra, S. Faber, W. Hofstetter, A. Minnaert & W. Ruijsenaars

Rekenprofiel als basis voor analyse van rekenachterstanden en diagnostiek

Inleiding

In Remediaal schetsten we eerder al de opzet en eerste uitkomsten van het BaO en VO onderzoeksproject *Leerbaarheid van hoofdrekenen, rekenachterstanden en automatiseringstekorten* (Danhof, Bandstra, Faber, Minnaert & Ruijsenaars, 2011/2012), als onderdeel van een longitudinaal onderzoek naar automatisering van rekenvaardigheden. De deelnemers aan het onderzoek, zoals beschreven in die bijdrage, waren leerlingen die instromen in het VO met een rekenniveau lager dan 1F. In dit artikel gaan we nader in op de wijze van toetsen, het handelingsgerichte karakter van de diagnostiek en het rekenprofiel als basis voor passende rekenhulp.

Drempels in rekenvaardigheden en fasen in de ontwikkeling

In het onderzoek bij de groep VO leerlingen is gebruik gemaakt van twee typen toetsen: *screeningstoetsen*, bestaande uit representatieve sommen voor de groepen 3 t/m 6/7 van het BaO, en *automatiseringstoetsen*, waarin de vlotte beschikbaarheid van de basiskennis voor het hoofdrekenen wordt getoetst. De sommen die de basiskennis vormen, zijn verdeeld over vijf 'drempels':

1. optellen en aftrekken zonder overschrijding van het eerste tiental ($6 + 3$; $9 - 6$);
2. tellen met tientallen en kunnen springen op de getallenlijn tot 100;
3. optellen en aftrekken over 10 tot 20 ($8 + 7$; $15 - 7$);
4. bouwsteensommen tot 100 ($57 + 20$ / $57 - 20$; $57 + 8$ / $57 - 8$);
5. eenvoudige tafels (2, 3, 4, 5) en moeilijke tafels (6, 7, 8, 9).

De vijf drempels vertegenwoordigen in het leren rekenen kenmerkende momenten bij het verwerven van vlot en accuraat verlopende ('geautomatiseerde') rekenvaardigheden. Voor een groot aantal leerlingen blijken het echter struikelblokken te zijn. Algemeen wordt aangenomen, dat reguliere basisschoolleerlingen bij de overgang van groep 5 naar groep 6 vlot en accuraat beschikken over de basale kennisinhouden van de vijf drempels.

Het vlot kunnen beschikken over basale voorkennis geldt als een voorwaarde voor het procedureel correct, met een juist resultaat kunnen oplossen van rekenopgaven. Het

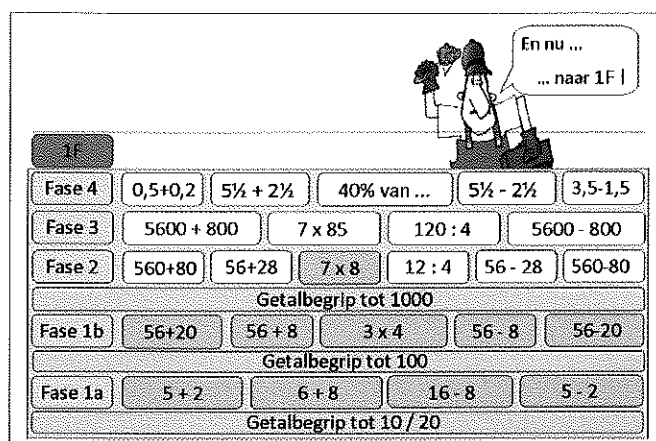
kunnen toepassen van procedures vergt feitenkennis (ook wel declaratieve kennis genoemd). Bijvoorbeeld: het oplossen van $8 + 7 = \dots$ (onderdeel van drempel 3) veronderstelt dat bekend is wat de symbolen 8, 7, + en = betekenen, maar bijvoorbeeld ook dat de telrij tot 15 beheerst is, dat bekend is dat $8 + 2 = 10$, dat $10 + 5 = 15$, of dat $8 + 8 = 16$ en $16 - 1 = 15$, en dat er kennis is over de waarde van getallen in de notering van het tientalstelsel (de 1 en 5 in het getal 15). Onvolledige feitenkennis belast het uitvoeren van de gevraagde procedures. Elke drempel veronderstelt dus dat een bestand aan basiskennis vlot en correct (geautomatiseerd) wordt beheerst.

Wanneer we naar de totale rekenontwikkeling in het BaO kijken, dan vindt er globaal genomen vanaf groep 6 een verdere toepassing en uitbreiding van de basiskennis plaats, die doorloopt tot en met de overgang naar het VO. Twee hoofdthema's komen daarbij nog aan bod: de vier hoofdbewerkingen met grote getallen en de verhoudingen (in het bijzonder de breuken, procenten en kommagetallen). De basisschool-rekenontwikkeling kunnen we indelen in vier fasen, waarbij de genoemde drempels betrekking hebben op fase 1 en 2. Tabel 1 vat dit samen.

Leren rekenen kan gekenschetst worden als een stapeling van kennis en vaardigheden. Het cumulatieve karakter van het vier-fasen model en de drempels kunnen we visualiseren aan de hand van 'reken-muurtje'. Figuur 1 brengt dit in beeld.

De indeling in vier fasen heeft tot doel om de ontwikkeling van een aantal cruciale leerinhouden in het onderwijs in samenhang te kunnen volgen en eventueel optredende

Figuur 1. Het rekenmuurtje



problemen tijdig te signaleren. Met dit doel voor ogen is in het hier beschreven onderzoek gekozen voor een indeling op hoofdlijnen en zijn we ons er van bewust dat een verdere verfijning nodig kan zijn, gezien vanuit het oogpunt van verdere diagnostiek en/of aanpak van problemen.

Het vier-fasen model past goed bij de resultaten van het genoemde longitudinale onderzoek. Ze laten zien dat de verschillen tussen de leerlingen bij de automatisering van de drempels groot zijn. Vanaf drempel 3 is er - vooral bij de lagere leerwegen - sprake van blijvende structurele tekorten. De veronderstelde voorwaardelijke openvolging in drempels en fasen vinden we uitgesproken terug. Bijvoorbeeld, het niet beheersen van de moeilijke tafels hangt duidelijk samen met een tekort aan automatisering van de onderliggende drempels. De mate van beheersing van de tafels (groep 5/6) hangt vervolgens sterk samen met het vermenigvuldigen en delen (groep 6/7) en ook opvallend met breuken/procenten (groep 6/7). Anders gezegd: het cumulatieve karakter van het rekenen wordt door de onderzoeksresultaten overtuigend ondersteund en wijst op de geldigheid en bruikbaarheid van de fasen-structuur en het drempelmodel.

Model voor diagnostisch onderzoek Rekenen – basisbewerkingen.

De VO-leerlingen die niveau 1F (nog) niet halen, behoeven een passend aanbod en gerichte hulp. Dit vereist een nauwkeurig beeld van hun kennen en kunnen m.b.t. de basisbewerkingen. Aan de hand van de screenings- en automatiseringstoetsen die zijn gekoppeld aan het vier-fasen model zijn hun achterstanden m.b.t. de vier hoofdbe-

werkingen vlot en nauwkeurig in beeld te brengen. Aldus ontstaat een efficiënte, getrapte werkwijze van met elkaar samenhangende stappen:

Stap 1: *Screening*:

Op welk instructie- /oefenniveau (in welke fase) zit de leerling?

Welke sommen worden wel / niet beheerst? Zijn er hiaten?

Stap 2: *Automatiseringstekorten in beeld*:

Welke voorkennistekorten (drempels) spelen op dit niveau een belemmerende rol?

Stap 3: *Observatie (met diagnostisch gesprek)*:

Van welke sommen gaan we de procedures observeren? (zie Stap 1)

Welke procedures gebruikt de leerling? Hoe is de uitvoering?

Welk effect hebben voorkennistekorten (zie Stap 2) op de uitvoering van de procedure van sommen waarin hiaten opvallen?

Voor de handelingsgerichte diagnostiek betekent bovengestane dat zowel een systematische vaardigheidsscreening per fase en type som (gericht op het kennen van de procedures), als een gedegen toetsing van de geautomatiseerde voorkennis (per drempel) deel dienen uit te maken van het diagnostisch onderzoek, zodat voor een leerling met achterstanden een nauwkeurig vaardigheidsprofiel ontstaat. Op basis van dit vaardigheidsprofiel is te bepalen bij welke typen sommen nadere observatie van de procedures van belang is, waarbij is na te gaan hoe de tekorten in voorkennis met elkaar samenhangen, elkaar beïnvloeden en hoe ze

Tabel 1. Vier-fasen model met de positie van de drempels daarbinnen

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
Groep 3, 4, 5	Groep 5/6	Groep 6/7	Groep 6/7
Getallenlijn tot 100 (drempel 2)	Getallenlijn tot 1000 (vervolg op drempel 2)		
Plus en min tot 10 (drempel 1): a) $5 + 2$ b) $5 - 2$ Plus en min over het tiental tot 20 (drempel 3): a) $6 + 8$ b) $16 - 8$ Bouwstenen v.h. rijgen (drempel 4): a) $56 + 20$ b) $56 - 20$ c) $56 + 8$ d) $56 - 8$	Moeilijke sommen tot 100, rijgend: a) $56 + 28$ b) $56 - 28$	Plus/min grote getallen	
	Tafels (drempel 5) en delen	Vermenigvuldigen en delen	Procenten, breuken, kommagetallen

doorwerken in de oplossingsprocedures. Figuur 2 geeft een schematisch overzicht van het geheel.

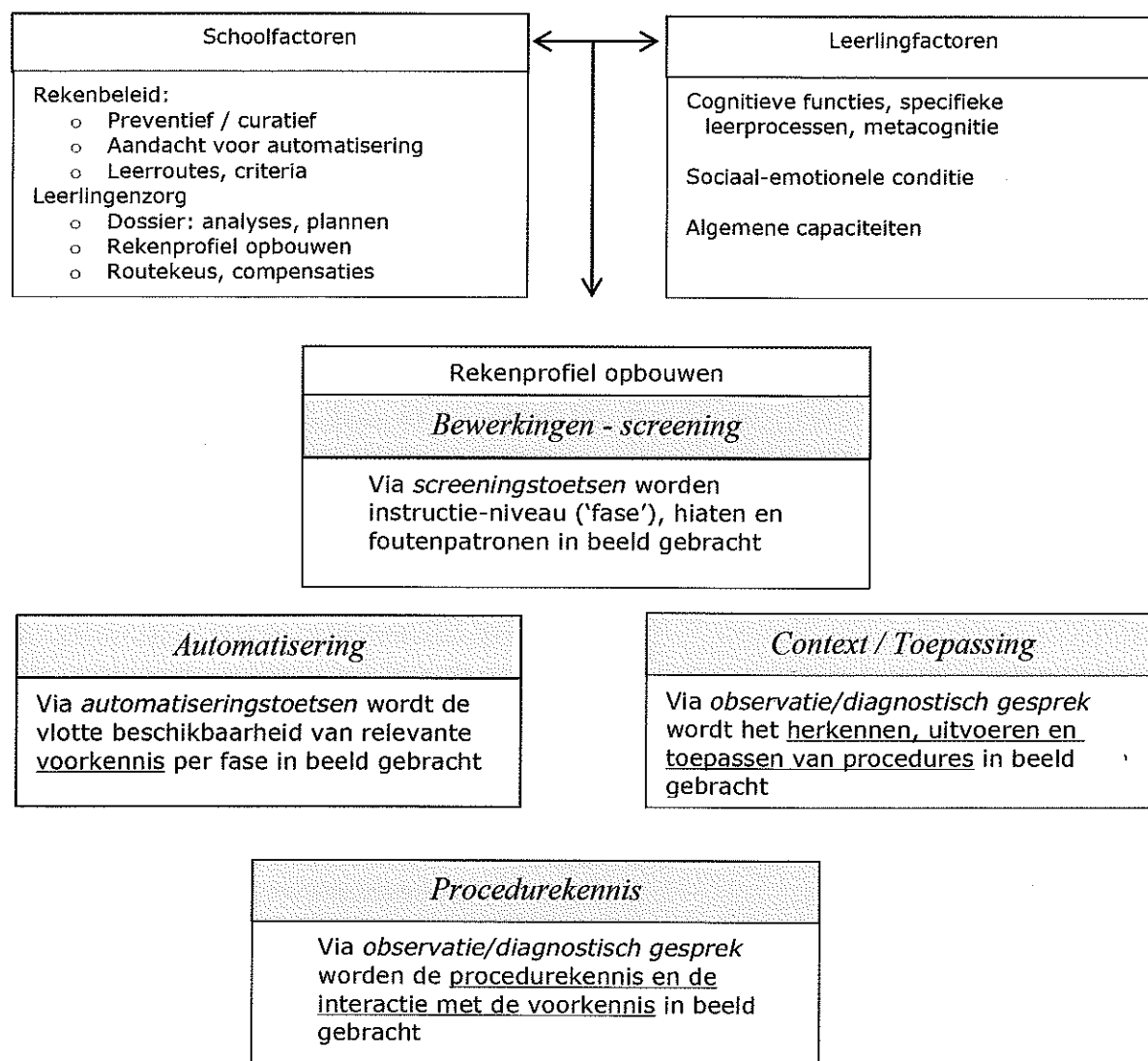
In het protocol Ernstige Reken/Wiskundeproblemen en Dyscalculie (ERWD; Van Groenestijn, Borghouts, & Jansen, 2011) worden de geschetste drie stappen genoemd als aandachtspunten bij het diagnostisch gesprek. Een meer getrapte werkwijze heeft onze voorkeur. Op basis van het vaardigheidsprofiel krijgen we een goed beeld van de mogelijkheden en beperkingen van de leerling. Op basis van de analyse van dit profiel kunnen voorafgaand aan de observatie de keuze van de rekenopdrachten en de relevante aandachtspunten worden bepaald.

Figuur 2 geeft de verschillende componenten voor het diagnostisch onderzoek in samenhang weer. Niet alleen de context, het type bewerking en de procedurele stappen spelen daarbij een rol, maar ook de mate waarin geautomatiseerde voorkennis beschikbaar is. Het altijd expliciet toetsen van deze voorkennis is een essentieel onderdeel van onze aanpak en gaat daarin verder dan het protocol ERWD. Dit protocol wijst overigens op verschillende plekken wel

op het belang van het automatiseren en memoriseren, op de mogelijke overbelasting van het werkgeheugen bij een tekort aan voorkennis en op de koppeling van relevante voorkennis in het lange termijn geheugen aan de (tijdelijk opgeslagen) informatie in het werkgeheugen.

Tekorten in voorkennis moeten naar onze mening bij leerlingen met rekenachterstanden structureel en systematisch in kaart worden gebracht. In een eerdere bijdrage (2011/2012) constateerden we: 'Een grote groep PRO-leerlingen beheerst de rijgprocedure niet, omdat de onderliggende drempelsommen niet vlot worden beheerst. Het eerder kiezen voor meer eenvoudige en schriftelijke procedures (compensatie) kan mede worden verantwoord op basis van grote en structurele automatiseringstekorten.' Door systematisch de drie genoemde stappen te doorlopen (screening van fasen, automatisering per drempel, observatie van procedures) ontstaat een compleet beeld en kan vervolgens worden geobserveerd hoe de leerling in verschillende contexten te werk gaat, zoals bij het praktisch rekenen. De verdere aanpak is hier op af te stemmen.

Figuur 2 Model voor diagnostisch onderzoek Rekenen Basisbewerkingen



Noodzakelijke differentiatie beneden niveau 1F

In de publicatie *Over de drempels met rekenen* (Meijerink, 2008) stelt de 'Expertgroep doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen' dat voor leerlingen die uitstromen naar VMBO/LWOO een basaal niveau vereist is. De schatting is dat op dit moment ongeveer 20 procent van de leerlingen dit niveau (1F) niet haalt. Volgens de Expertgroep moet er naar gestreefd worden dat de helft van hen op het basale niveau gaat functioneren. Voor de andere helft geldt: 'Deze leerlingen leren vanaf groep 6 te weinig, omdat zij de basale begrippen en vaardigheden uit de voortgaande jaren nog niet beheersen, terwijl het onderwijsaanbod daar wel op voortbouwt.' Voor de leerlingen die niveau 1F (nog) niet halen, werkt de Stichting Leerplan Ontwikkeling (SLO) in het project *Passende perspectieven* drie rekenroutes uit:

Route 1: Deze leerlingen halen op 12-jarige leeftijd alsnog de doelen van niveau 1F.

Route 2: Deze leerlingen halen op 12-jarige leeftijd 1F niet. Zij kunnen doorgroeien in het Voortgezet Onderwijs en halen daar later niveau 1F, bijvoorbeeld op 14-jarige leeftijd. Door minder accent te leggen op bepaalde doelen uit het primair onderwijs kunnen de meest relevante doelen voor het vervolgonderwijs meer aandacht krijgen. Het betreft doorgaans leerlingen die na het primair onderwijs doorstromen naar VMBO-kader/beroeps, eventueel met leerwegondersteuning.

Route 3: Voor deze leerlingen is het van belang zoveel mogelijk functioneel met rekenen bezig te zijn. Er zijn voor deze route keuzes in doelen gemaakt, met name m.b.t. de functionaliteit van de doelen, de mate van formalisering en de eisen die worden gesteld aan automatiseren en memoriseren. Het betreft vooral leerlingen met meer beperkte cognitieve capaciteiten, die doorstromen naar Praktijkonderwijs of VSO (Leerroute Arbeid).

Opvallend is dat automatiseren en memoriseren alleen bij Route 3 wordt genoemd, terwijl de resultaten van ons onderzoek laten zien dat de automatiseringstekorten een continuüm vormen en dat veel leerlingen in het VMBO-kader/beroeps en zelfs in de hogere leerwegen hierdoor worden belemmerd.

De drie rekenroutes roepen vragen omtrent differentiatie op: Kan een leerling via Route 2 nog opstromen naar niveau 1F? Welke doelen zijn dan relevant? Of past Route 3 (met een sterker accent op schriftelijk en toegepast rekenen) beter bij de mogelijkheden van de leerling? Het antwoord op dergelijke vragen is nog niet duidelijk en vraagt een verdere onderbouwing van mogelijke keuzes (Boswinkel, Buijs, Noteboom, & Van Os, 2012). Het door ons bepleite vaardigheidsprofiel kan hieraan een goede inhoudelijke bijdrage leveren.

Met de eerder geschetste, getrapte werkwijze kunnen in het VO de achterstanden efficiënt in beeld worden gebracht. Screening volgens het vier-fasen model brengt aan het licht in welke fase een leerling verkeert. Leerlingen in fase 3 en 4 (niveau groep 6/7) komen in aanmerking voor Route 2, maar voor veel leerlingen in fase 1 en 2 (niveau groep 3/4/5) lijkt Route 3 de beste keus. Voor de leerlingen op de grens van fase 2 naar fase 3 is wellicht de mogelijkheid tot opstromen naar Route 2 haalbaar.

Door per fase de relevante automatiseringstoetsen af te nemen, zijn de keuzes goed te onderbouwen. Ook voor het verantwoorden van noodzakelijke compensaties voor het leren hoofdrekenen is deze informatie van belang. Automatiseringstekorten kunnen reden zijn om eerder over te schakelen op schriftelijke procedures. Vanzelfsprekend zullen bij het kiezen van een route ook andere factoren, zoals leermogelijkheden en motivatie, een rol spelen. De hier geschetste werkwijze is eveneens bruikbaar in de bovenbouw van het primair onderwijs, terwijl er voor de onderbouw een accent is te leggen op preventie. Door de automatiseringstoetsen een vaste plek in de toets-kalender te geven, zijn risicoleerlingen tijdig te signaleren.

Samenwerking tussen interne en externe professionals

Voor het verantwoorden van de routekeus, alsook van eventuele compensaties en dispensaties, zal het vaardigheidsprofiel moeten worden aangevuld met een nadere analyse van relevante leerlingfactoren (zie Figuur 2). Deze analyse maakt het mogelijk om beter in te kunnen schatten wat het ontwikkelingsperspectief is van de leerling op lange termijn en welke doelen, gezien dit perspectief, haalbaar en functioneel zijn. Een analyse van leerlingfactoren kan nader diagnostisch onderzoek vereisen en zal dan doorgaans externe expertise vragen, bijvoorbeeld met betrekking tot cognitieve functies (zoals: aandacht, planning en geheugen), specifieke leerprocessen (zoals: associatief leren), sociaal-emotionele factoren (zoals: motivatie en taakbeleving) en - indien daar aanleiding toe is - algemene intellectuele capaciteiten of sociaal emotionele conditie. We komen daar in het vervolg kort op terug. Interne en externe expertise vullen elkaar aan en vereisen overleg om tot een gezamenlijke analyse te komen, waarin de mate van uitgebreidheid van eventueel aanvullend onderzoek expliciet onderwerp van gesprek is.

Diagnostisch onderzoek is geen standaardonderzoek. Voor het maken van keuzes in een gedifferentieerde aanpak is het noodzakelijk om inzicht te hebben in de achtergronden van gesignaleerde problemen. We lichten beknopt toe hoe, bijvoorbeeld, inzicht in problemen in feitenkennis en procedurele kennis bij nadere analyse richting geven aan verder diagnostisch onderzoek en aan de daarop aansluitende aanpak. Een uitgebreidere uitwerking hiervan komt elders aan bod (De Bruyn & Ruijsseenaars, in voorbereiding).

Wanneer een leerling, bijvoorbeeld, uitvalt bij sommen waarin de overschrijding van het tiental centraal staat, dan ligt het voor de hand om na te gaan of de onderscheiden rekenfeiten en rekenprocedures beheerst worden. Globaal genomen doen zich drie mogelijkheden voor:

1. er is een probleem in de feitenkennis, terwijl de procedure wel bekend is;
2. er is geen probleem in de feitenkennis, maar in het doorlopen van de procedure gaat het mis;
3. er doen zich zowel in de feitenkennis als in de procedurekennis problemen voor.

Deze drie mogelijkheden kunnen verschillende achtergronden hebben. Achtereenvolgens zijn dit bijvoorbeeld:

1. er is een tekort aan feitenkennis door een probleem in het *associatieve leren* (het onthouden van koppelingen tussen informatie-eenheden), of het *vlot oproepen van feitenkennis uit het lange termijngeheugen* schiet tekort (denk aan 'rapid naming');
2. de *aandacht* kan tijdens het uitvoeren van een procedure niet voldoende lang worden vastgehouden, of het *plannen* van de verschillende stappen is een probleem;
3. er is een *algemeen leerprobleem*, of door *faalangst* blokkeert het hele proces.

Het zijn voorbeelden en is geen uitputtend overzicht, maar het illustreert dat het voor een gedifferentieerde aanpak niet genoeg is om te weten waar een leerling uitvalt, maar ook waarom. De hulp bij onvoldoende feitenkennis is een andere dan bij problemen in aandacht of planning.

De door ons bepleite getrapte werkwijze m.b.t. de basisbewerkingen is ook in deze fase functioneel en tijdsbesparend. De gezamenlijke analyse door interne en externe professionals van het niveau en het profiel van de leerling, is de basis om te komen tot een samenhangend beeld. Aanvullende vragen hebben betrekking op het lange termijn perspectief, de best passende rekenroute, haalbare en functionele doelen, noodzakelijke compensaties en/of dispensaties, maar ook een meer precieze invulling van type instructie en oefenvormen. De uitdaging is om gezamenlijk te komen tot een inhoudelijk gefundeerd en concreet advies met haalbare en functionele doelen en een passende methodiek.

Tot slot

Met de in deze bijdrage bepleite, getrapte opzet van het diagnostisch onderzoek is het mogelijk om in korte tijd de noodzakelijke handelingsrelevante informatie te verzamelen en wordt het risico van een omslachtige en tijdrovende werkwijze vermeden. Een door ons uitgewerkt digitale set toetsen is groepsgewijs en individueel bruikbaar. De vierfasen structuur met de daarin opgenomen drempels vormen de basis voor een visualisering van het vaardigheidsprofiel van de leerling (zie: www.profieltoetsrekenen.nl).

Als vervolg op ons longitudinale onderzoek is een aantal publicaties in voorbereiding, worden de normen voor de verschillende toetsen afgerond (en gepubliceerd), zullen de aanwijzingen voor het geven van hulp en het kiezen van de juiste routes verder worden uitgewerkt, is een automatiseringsprogramma in de maak en volgen scholingen. Op deze wijze kunnen de resultaten maximaal ten goede komen aan de onderwijspraktijk.

Correspondentie adres:

w.danhof@cedin.nl

w.hofstetter@rug.nl

Geraadpleegde literatuur

Boswinkel, N., Buijs, K., Noteboom, A., & Van Os, S. (2012). *Passende Perspectieven Rekenen Wegwijzer*. Enschede: SLO.

Danhof, W., Bandstra, P., Milo, B., Mushati-Hamadani, E., Minnaert, A., & Ruijsenaars, W. (2008). Onderzoeksproject leerbaarheid van hoofdrekenen: Naar criteria voor differentiatie en/of planning. *Panamapost. Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het rekenen-Wiskunde onderwijs*, 27 (2), 24-28.

Danhof, W., Bandstra, P., Faber, S., Minnaert, A., & Ruijsenaars, W. (2011/2012). Leerbaarheid van hoofdrekenen, rekenachterstanden en automatiseringstekorten. Eerste resultaten met betrekking tot het Voortgezet Onderwijs. *Remedial*, 12 (5-6), 10-13.

De Bruyn, E.E.J., & Ruijsenaars, A.J.J.M. (in voorbereiding). *Diagnostiek in de praktijk. Casuïstiek volgens de diagnostische cyclus*. Leuven: Acco.

Meijerink, H. (2008). *Over de drempels met taal en rekenen*. Enschede: SLO (Expert groep Doorlopende Leerlijnen).

Van Groenestijn, M., Borghouts, C., & Jansen, C. (2011). *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie BaO SBO SO*. Assen: Van Gorcum.

Van Luit, J.E.H., Bloemert, J., Ganzinga, E.G., & Monch, M.E. (2012). *Protocol Dyscalculie: Diagnostiek voor Gedragsdeskundigen*. Doetinchem: Graviant Educatieve Uitgaven.